

УДК 621.382 + 519.28

МНОГОУРОВНЕВАЯ КЛАСТЕРНАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ОЦЕНКИ И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ВЫХОДА ГОДНЫХ В ПОЛУПРОВОДНИКОВОМ ПРОИЗВОДСТВЕ

Ю.И. Богданов, Н.А. Куварзин, Л.В. Лысак, А.В. Руднев
ОАО "Ангстрем" им. А.И. Шокина, 124460 Москва, Зеленоград¹,

АННОТАЦИЯ

Эффективное решение задачи непрерывного повышения технологического уровня и экономической эффективности полупроводникового производства требует привлечения адекватных статистических моделей, описывающих распределение дефектов и выхода годных. В настоящей работе предлагается общий подход к построению многоуровневых иерархических компаунд - распределений дефектности в микроэлектронике. В качестве частного (одноуровневого) случая выступает известное в литературе отрицательное биномиальное распределение. Введение нескольких уровней иерархии дефектности позволяет, в частности, естественным образом включить в себя одновременный учет неоднородности уровня дефектности между различными областями внутри полупроводниковой пластины, между пластинами в партии, между партиями и т.д. На основе метода производящих функций строится теория, и изучаются свойства компаунд - распределений, образующих иерархические цепочки. Рассматриваются корреляционные связи в распределении дефектов, которые возникают естественным образом в силу группового характера технологии полупроводникового производства. Учет рассматриваемых корреляций имеет важное значение для развития процедур статистического контроля в системе качества полупроводникового производства. В качестве технологических приложений рассматриваются иерархические цепочки для плотностей распределения и средних значений выхода годных, вводится понятие оперативной характеристики технологических потерь. Развитый подход иллюстрируется анализом данных полупроводникового производства

¹ тел. (095) 532-80-96, e-mail: bogdanov@angstrem.ru

1. ВВЕДЕНИЕ

Еще на заре развития интегральной микроэлектроники в 1964 году, благодаря исследованиям Мэрфи (Murphy) [1] было выяснено, что адекватная оценка выхода годных микросхем не может быть получена на основе простейшей модели, опирающейся на распределение Пуассона. Предложенный Мэрфи подход, основанный на модифицированном (компаунд) распределении, был развит в работах Сидса (Seeds) [2], Окабэ и др. (Ocabe) [3], Степпера (Stapper [4-5]) и др.

Неадекватность обычного распределения Пуассона связана с тем обстоятельством, что дефекты, приводящие к потере годных кристаллов, не распределены внутри пластины равномерно, а скорее образуют некоторые кластеры.

Суть обобщения распределения Пуассона, связанного с введением компаунд - распределений, заключается в том, что теперь параметр плотности дефектности «лямбда» распределения Пуассона перестает быть фиксированной константой, а становится некоторой случайной величиной, имеющей то или иное распределение. Как показывает практика, наилучшее приближение получается в случае, когда плотность распределения считается случайной величиной, имеющей гамма – распределение [6-10].

Модель, основанная на компаунд – распределении Пуассона, является частным (предельным) случаем модели, основанной на биномиальном компаунд – распределении (распределении Пойа) [11-12].

Статистические модели, основанные на концепции компаунд - распределений, могут быть применены как на этапе разработки и проектирования, так и на этапах производства и оценки готовой продукции. Оптимизации выхода годных имеет своей целью обеспечение дефектоустойчивости микросхемы, т.е. обеспечение как можно более слабой чувствительности к дефектам, возникающим на стадии производства. Повышения дефектоустойчивости можно достичь как за счет введения в микросхему различного рода избыточности (резервирование, коды, исправляющие ошибки и др.), так и за счет модификации плана размещения элементов ИС и топологии [13-19]. Модели выхода годных могут использоваться и непосредственно в процессе производства. Например, байесовский подход позволяет уточнять прогноз выхода

годных и принимать технические решения по мере продвижения партий полупроводниковых пластин по технологическому маршруту, если принимать во внимание информацию, получаемую по результатам межоперационного контроля дефектности [20].

Концепция, основанная на компаунд – распределениях, позволяет решать и такие актуальные задачи, как расчет распределения выхода годных от пластины к пластине, оценка себестоимости и управление экономической эффективностью полупроводникового производства, контроль технологических потерь [21 - 22].

Концепция иерархического статистического управления технологическим процессом была развита в работах ОАО «Ангстрем» [23-26] и нашла свое отражение в стандарте отрасли [27].

Настоящая работа посвящена систематическому изучению концепции компаунд – распределений на базе предлагаемого формализма иерархических цепочек распределений дефектности.

Во втором разделе рассматривается происхождение и описываются основные характеристики модели выхода годных, основанной на компаунд - распределении Пуассона. В настоящее время эта модель является стандартом для электронной промышленности [18].

В третьем разделе развивается теория многоуровневых иерархических цепочек компаунд – распределений. При этом, рассмотренные ранее распределения оказываются частным (одноуровневым) случаем распределений общего вида. Благодаря использованию метода производящих функций, основные результаты удается представить в компактном аналитическом виде.

В четвертом разделе в качестве приложения разработанной теории представлены новые, более общие по сравнению с ранее известными, формулы для средних значений выхода годных. Здесь же получены выражения для соответствующих плотностей распределения, которые позволяют трактовать продукцию полупроводникового производства как иерархически структурированную случайную величину.

В пятом разделе представлены примеры анализа данных полупроводникового производства.

2. КОМПАУНД-РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПУАССОНА

Простейшая, лежащая на поверхности, модель оценки выхода годных основана на биномиальном распределении. Рассмотрим микросхему, содержащую внутри себя n элементов и предположим, что каждый элемент имеет некоторую вероятность p оказаться негодным. Тогда, предполагая отказы независимыми, естественно считать, что число k дефектных элементов в микросхеме есть случайная величина, имеющая биномиальное распределение, поэтому вероятность появления k дефектных элементов в микросхеме дается формулой:

$$P(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k} \quad (1)$$

где $k = 0, 1, \dots, n$, $0 < p < 1$

Степень интеграции n микросхемы есть заведомо большое число, а дефектность отдельного элемента p - заведомо малое число, поэтому, как это хорошо известно из элементарной теории вероятностей, биномиальное распределение (1) можно с высокой точностью аппроксимировать распределением Пуассона. Пусть $\lambda = np$ - среднее ожидаемое число дефектов в микросхеме. Тогда, согласно распределению Пуассона, вероятность иметь ровно k дефектов в микросхеме есть:

$$P(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

Выход годных можно посчитать как вероятность иметь ноль дефектов (предполагается, что микросхема не содержит внутри себя никакой избыточности или резервирования, поэтому появление хотя бы одного дефекта ведет к отказу всей микросхемы)

$$Y = P(k = 0) = e^{-\lambda} \quad (3).$$

Уже в 1964 [1] было ясно, что выражение (3) для выхода годных плохо согласуется с действительностью. Оно является слишком пессимистическим, в частности, оно дает слишком заниженный прогноз для ожидаемого выхода годных при переходе от микросхем меньшей площади к микросхемам большей площади. В

дальнейшем стало ясно, что заниженный прогноз выхода годных был обусловлен тем фактом, что различного рода дефекты на полупроводниковой пластине возникают в процессе технологической обработки не независимо друг от друга, а, скорее, имеют тенденцию группироваться вместе, образуя более или менее выраженные кластеры.

Для того, чтобы учесть эффект неоднородного распределения дефектов, были предложены различные кластерные модели, в основу которых были положены обобщения распределения Пуассона – так называемые компаунд - распределения Пуассона.

В компаунд - распределениях Пуассона предполагается, что плотность дефектов λ является не фиксированным параметром, а случайной величиной, имеющей то или иное распределение.

Пусть плотность дефектов λ имеет плотность распределения $P(\lambda)$. Тогда вероятность иметь k дефектов есть:

$$P(k) = \int_0^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} P(\lambda) d\lambda \quad (4)$$

Выход годных, очевидно, дается выражением

$$Y = P(k = 0) = \int_0^{\infty} e^{-\lambda} P(\lambda) d\lambda \quad (5)$$

Распределение $P(k)$ называется компаунд - распределением Пуассона.

Рассмотрим некоторые примеры, отличающиеся выбором компаундера (функции $P(\lambda)$).

Мэрфи (Murphy) [1] предложил использовать треугольную функцию распределения

$$P(\lambda) = \begin{cases} \frac{\lambda}{\lambda_0^2} & 0 \leq \lambda \leq \lambda_0 \\ \frac{2\lambda_0 - \lambda}{\lambda_0^2} & \lambda_0 \leq \lambda \leq 2\lambda_0 \\ 0 & \lambda > 2\lambda_0 \end{cases} \quad (6)$$

Здесь λ_0 - среднее число дефектов на кристалл.

Из формул (5) и (6) получаем выражение для выхода годных в модели Мэрфи

$$Y = \int_0^{\infty} e^{-\lambda} P(\lambda) d\lambda = \left(\frac{1 - e^{-\lambda_0}}{\lambda_0} \right)^2 \quad (7)$$

В модели Сидса (Seeds) [2] предполагается, что плотность распределения является экспоненциальной:

$$P(\lambda) = \frac{e^{-\lambda/\lambda_0}}{\lambda_0} \quad (8)$$

В этом случае выход годных есть:

$$Y = \int_0^{\infty} e^{-\lambda} P(\lambda) d\lambda = \frac{1}{1 + \lambda_0} \quad (9)$$

Окабе и др. (Okabe) [3], а также Степпер (Stapper) [4-5] предложили моделировать невоспроизводимость параметра λ посредством гамма - распределения, плотность вероятности которого дается выражением.

$$P(\lambda) = \frac{b^a \lambda^{a-1} e^{-b\lambda}}{\Gamma(a)}, \quad (10)$$

где $a > 0$, $b > 0$. Здесь $\Gamma(a)$ - гамма-функция.

Можно показать, что среднее значение для гамма - распределения равняется a/b , а дисперсия есть a/b^2 .

С учетом (4) и (10) для вероятности иметь в выборке k дефектных изделий получим.

$$P(k) = \int_0^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} P(\lambda) d\lambda = \frac{\Gamma(k+a) b^a}{k! \Gamma(a) (1+b)^{k+a}} \quad (11)$$

Распределение, описываемое формулой (11), обычно называют (обобщенным) отрицательным биномиальным распределением. Это распределение зависит от двух параметров (a и b), поэтому обладает большей гибкостью по сравнению с распределениями, которые следуют из моделей Мэрфи и Сидса, содержащих только по одному параметру (так, наличие второго параметра позволяет обеспечить соответствие теоретической модели наблюдениям не только в отношении среднего

значения, но и в отношении дисперсии). Неплохое соответствие описываемой модели и наблюдений, а также теоретические соображения, о которых пойдет речь ниже, позволяют именно эту модель считать базовым обобщением распределения Пуассона (поэтому будем называть (11) также обобщенным распределением Пуассона или компаунд - распределением Пуассона).

Среднее значение и дисперсия компаунд - распределения Пуассона даются следующими формулами.

$$\mu = \frac{a}{b} \quad (12)$$

$$D = \frac{a}{b^2}(1 + b) \quad (13)$$

Из формул (12) - (13) легко видеть, что компаунд - распределение Пуассона всегда имеет сверхнормальную дисперсию по сравнению с обычным распределением Пуассона (т.е. $D > \mu$).

Решив систему уравнений (12)-(13) относительно a и b , получим

$$a = \frac{\mu^2}{D - \mu} \quad (14)$$

$$b = \frac{\mu}{D - \mu} \quad (15)$$

Формулы (14) - (15) могут быть использованы для аппроксимации распределения по экспериментальным данным, если вместо точных значений среднего и дисперсии подставить их выборочные приближения.

Важно отметить, что в двух частных (предельных) случаях компаунд - распределение Пуассона превращается соответственно в обычное распределение Пуассона и распределение Гаусса. Можно показать, что справедливы следующие два утверждения.

1. Если параметры компаунд - распределения Пуассона a и b устремить к бесконечности (то есть $a \rightarrow \infty$, $b \rightarrow \infty$) таким образом, чтобы их отношение стремилось к некоторой постоянной величине (то есть $a/b \rightarrow \lambda_0 = \text{const}$), то

рассматриваемое распределение перейдет в обычное распределение Пуассона с параметром λ_0 .

2. Если параметр a компаунд - распределения Пуассона становится большим (то есть $a \rightarrow \infty$), а параметр b остается при этом постоянной величиной, то рассматриваемое распределение можно приближенно заменить распределением Гаусса со средним и дисперсией, которые определяются по формулам (12) - (13).

Из выражения (11) следует, что выход годных в рамках компаунд распределения Пуассона дается формулой

$$Y = P(k = 0) = \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{b}\right)^a} \quad (16)$$

Вводя величину $\lambda_0 = \frac{a}{b}$, можно переписать формулу для выхода годных в виде:

$$Y = P(k = 0) = \frac{1}{\left(1 + \frac{\lambda_0}{a}\right)^a} \quad (17)$$

Величина λ_0 представляет собой среднее число дефектов, приходящихся на один кристалл.

Рассматриваемая модель называется в современной литературе крупно - кластерной моделью с отрицательным биномиальным распределением (the large – area clustering Negative Binomial model) [14, 16]. Параметр a принято называть параметром кластеризации. Его типичные значения, как показывает практика, лежат в диапазоне примерно от 0,3 до 7. При $a \rightarrow \infty$ (реально при $a > (4 - 5)$) эффект кластеризации исчезает и расчеты по кластерной формуле (17) приближаются к расчетам в рамках модели Пуассона (3).

Крупно – кластерная модель основана на двух основных предположениях: во-первых, предполагается, что размеры кластеров велики по сравнению с размером кристалла, так что, как правило, весь кристалл целиком располагается внутри одного какого-то кластера, а во-вторых, предполагается, что внутри кластеров дефекты распределены

равномерно. Наряду с этой моделью рассматривается мелко - кластерная модель с отрицательным биномиальным распределением (the small – area clustering Negative Binomial model) [28], а также средне - кластерная модель с отрицательным биномиальным распределением (the medium – area clustering Negative Binomial model) [29, 30]. Считается, что средне - кластерная модель является наиболее общей из рассматриваемых моделей и включает в себя крупно – кластерную и мелко - кластерную модели как частные (предельные) случаи [14]. Необходимость разработки средне - кластерной модели связана с задачей оценки выхода годных микросхем очень большой площади (например, порядка квадратного дюйма), когда размер микросхемы сравнивается или становится больше размера кластера. Авторы средне - кластерной модели [29] в связи с отсутствием четко определенного понятия «кластер» вводят новое понятие «блока», подразумевая при этом, что дефекты коррелируют между собой только внутри блоков, сами же блоки статистически независимы друг от друга. В модели считается, что число дефектов в каждом блоке имеет отрицательное биномиальное распределение и дефекты распределены внутри блока равномерно.

3. ИЕРАРХИЯ КОМПАУНД-РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

3.1 Цепочка производящих функций для компаунд- распределения Пуассона

Рассмотрим многоуровневую иерархию кластеризации дефектов. На нулевом уровне мы имеем биномиальное распределение с единственным параметром – доля дефектных ячеек p_0 . При переходе на первый уровень параметр p_0 объявляется случайной величиной и исчезает в результате интегрирования с весом, задаваемым бета – распределением, вместо p_0 появляются параметры a_1 и b_1 . Введем теперь соответственно коэффициент кластеризации

$$g_1 = \frac{1}{a_1 + b_1}, \quad (18)$$

а также параметр уровня дефектности

$$p_1 = \frac{a_1}{a_1 + b_1}. \quad (19)$$

Вообще при переходе с r -го на $r+1$ уровень, нужно параметр p_r объявить случайной величиной и проинтегрировать по нему с весом, задаваемым бета – распределением с параметрами a_{r+1} и b_{r+1} . На каждом уровне выполняются соотношения:

$$g_r = \frac{1}{a_r + b_r} \quad (20)$$

и

$$p_r = \frac{a_r}{a_r + b_r} . \quad (21)$$

Пуассоновские компаунд – распределения возникают как предельный случай формул для биномиальных компаунд – распределений [12], если на каждом уровне иерархии вероятность дефекта и коэффициент кластеризации устремляются к нулю ($p_r \rightarrow 0$, $g_r \rightarrow 0$), а объем выборки к бесконечности ($n \rightarrow \infty$), таким образом, чтобы их произведения оставались конечными числами ($np_r \rightarrow \lambda_r = const$; $ng_r \rightarrow \lambda_r / a_r = const$). В случае микроэлектроники это приближение выполняется очень хорошо, поскольку выборки (кристаллы) часто содержат многие миллионы элементов ($n \geq 10^6$), а вероятности дефектности, соответственно, отдельных элементов не превышают миллионных долей от единицы $p_r \leq 10^{-6}$.

На нулевом уровне имеем переход от биномиальной производящей функции к пуассоновской:

$$G_0(z|p_0, n) = (1 - p_0(1 - z))^n = \left(1 - \frac{np_0}{n}(1 - z)\right)^n \rightarrow \exp(-np_0(1 - z)) \quad (22)$$

Для логарифмов производящих функций имеем на нулевом уровне и двух первых уровнях иерархии соответственно:

$$\ln G_0(z|n, p_0) = -np_0(1 - z) \quad (23)$$

$$\ln G_1(z|n, g_1, p_1) = -\frac{p_1 n}{g_1 n} \ln(1 + g_1 n(1 - z)) \quad (24)$$

$$\ln G_2(z|n, g_1, g_2, p_2) = -\frac{p_2 n}{g_2 n} \ln \left(1 + \frac{g_2 n}{g_1 n} \ln(1 + g_1 n(1 - z)) \right) \quad (25)$$

В представленных формулах мы пишем, например $\frac{p_1 n}{g_1 n}$ вместо $\frac{p_1}{g_1}$ для, чтобы наглядно показать, что бесконечно малые и бесконечно большие в математическом смысле величины входят в окончательные формулы только в виде произведений.

В общем случае цепочка производящих функций может быть определена рекуррентным способом:

$$\ln G_r = -p_r n \cdot L_r, \quad (26)$$

$$\text{где } L_{r+1} = \frac{\ln(1 + g_{r+1} n L_r)}{g_{r+1} n}, \quad L_0 = (1 - z) \quad (27)$$

Каждый уровень иерархии представлен своим коэффициентом кластеризации, что же касается дефектности, то ее представляет один общий параметр – дефектность самого высокого уровня, которая, в свою очередь, представляет собой дефектность, усредненную по всем уровням (поэтому значок r при дефектности можно опускать $p_r = p$).

3.2 Распределение вероятностей. Моменты.

Производящие функции содержат в себе полную информацию о случайной величине. В частности, вероятность того, что дискретная случайная величина примет значение k выражается через k -ую производную производящей функции в точке $z = 0$, а так называемый m -ый факториальный момент выражается через m -ую производную производящей функции в точке $z = 1$.

$$P(k) = \frac{1}{k!} \frac{\partial^k G(z)}{\partial z^k} \Big|_{z=0} \quad (28)$$

$$M[k(k-1)\dots(k-m+1)] = \frac{\partial^m G(z)}{\partial z^m} \Big|_{z=1} \quad (29)$$

Величина, стоящая в формуле (29) под знаком математического ожидания, называется m -ым факториальным моментом. В частности, при помощи первого и

второго факториальных моментов среднее и дисперсия случайной величины могут быть найдены по формулам:

$$M[k] = G'(1) \quad (30)$$

$$D[k] = G''(1) + G'(1) - G'^2(1) \quad (31)$$

С помощью приведенных формул можно показать, что среднее значение и дисперсия компаунд распределения r -го порядка выражаются следующими очень простыми формулами:

$$\mu = np \quad (32)$$

$$D = np(1 + g_1n + g_2n + \dots + g_rn) \quad (33)$$

Здесь мы убрали значок r при уровне дефектности, положив $p_r = p$.

Из приведенных формул следует, что сверхнормативная дисперсия может быть естественным образом связана с коэффициентами кластеризации: кластеризация (неоднородность) дефектности на каждом уровне вносит свой аддитивный вклад в общую дисперсию. Разложение (33) сверхнормальной дисперсии по иерархическим уровням может быть использовано для оценки коэффициентов кластеризации g_i по экспериментальным данным. Формулы (32) – (33) позволяют развить формализм иерархического дисперсионного анализа дефектности по аналогии с иерархическим дисперсионным анализом количественных признаков в микроэлектронике [23].

При известных аналитических выражениях для производящих функций расчет распределения непосредственно по формуле (28) представляет собой несложную, но весьма громоздкую процедуру. В то же время, компьютерный расчет соответствующих производных не представляет больших трудностей, что иллюстрируется приводимой ниже Таблицей 1.

Таблица 1.

Таблица 1. Примеры компаунд – распределений вероятностей (модели соответственно нулевого, первого и второго уровней) $n = 10^7$, $p = 2 \cdot 10^{-7}$			
k	Модель Пуассона $g_1 = g_2 = 0$	Одноуровневая модель $g_1 = 5 \cdot 10^{-7}, g_2 = 0$	Двухуровневая модель $g_1 = 5 \cdot 10^{-7}, g_2 = 3 \cdot 10^{-7}$
0	0,1353	0,4884	0,6147
1	0,2707	0,1628	0,0987
2	0,2707	0,0950	0,0610
3	0,1804	0,0633	0,0436
4	0,0902	0,0448	0,0332
5	0,0361	0,0329	0,0260
6	0,0120	0,0247	0,0208
7	0,0034	0,0188	0,0169
8	0,0009	0,0145	0,0138
9	0,0002	0,0113	0,0114
10	0,0000	0,0088	0,0095
11	0,0000	0,0070	0,0079
12	0,0000	0,0055	0,0066
13	0,0000	0,0044	0,0055
14	0,0000	0,0035	0,0046
15	0,0000	0,0028	0,0039

Из Таблицы видно, что в многоуровневых кластеризованных системах вероятность иметь ноль дефектов (выход годных) выше, чем в модели Пуассона и, в то же время, наблюдаются более длинные «хвосты».

3.3 Корреляционные характеристики в многоуровневой кластерной модели

Пусть коэффициент кластеризации g_1 описывает неоднородность уровня дефектности между кластерами (блоками) на пластине, g_2 характеризует неоднородность от пластины к пластине внутри партии, g_3 соответствует неоднородности от партии к партии и т.д.

Из кластерного (множественного) характера возникновения дефектов следует, что их количества в близких друг другу областях должны коррелировать между собой сильнее, чем в более удаленных друг от друга областях. Такие корреляционные связи можно характеризовать посредством так называемого коэффициента внутриклассовой корреляции, введенного первоначально Рональдом Фишером для задач генетики.

Рассмотрим для примера поток независимых партий, соответствующий трехуровневой модели. Коэффициент внутриклассовой корреляции имеет наибольшее значение для областей внутри одного кластера (блока):

$$\rho_1 = \frac{n(g_1 + g_2 + g_3)}{1 + n(g_1 + g_2 + g_3)}. \quad (34)$$

При увеличении степени интеграции контролируемой области n рассматриваемый коэффициент корреляции стремится к единице (соответствующее отличие от единицы обусловлено пуассоновскими флуктуациями числа дефектов). Если контролируемые области лежат в различных кластерах, но внутри одной пластины, то их корреляция равна

$$\rho_2 = \frac{n(g_2 + g_3)}{1 + n(g_1 + g_2 + g_3)}. \quad (35)$$

Несхожесть этих областей, приводящая к уменьшению корреляции по сравнению с единицей, теперь обусловлена не только пуассоновскими флуктуациями, но и неоднородностью дефектности между кластерами на пластине. Наконец, корреляция областей, расположенных на разных пластинах, но в одной партии есть

$$\rho_3 = \frac{ng_3}{1 + n(g_1 + g_2 + g_3)}. \quad (36)$$

В рамках рассматриваемого примера предполагается, что различные партии не коррелируют между собой: $\rho_4 = 0$. Обобщение на случай, когда иерархическая структура данных имеет не три, а произвольное число уровней, очевидно. Корреляционные связи, даваемые многоуровневыми иерархическими кластерными моделями, хорошо описывают результаты численного моделирования методом Монте-Карло и реальные данные.

4. АНАЛИЗ ВЫХОДА ГОДНЫХ

4.1 Иерархия выхода годных

Выход годных (в отсутствии резервирования) соответствует вероятности иметь значение $k = 0$ числа дефектов в кристалле степени интеграции n . Можно заметить, что выход годных просто равен значению производящей функции в точке $z = 0$.

Таким образом, иерархической цепочке производящих функций может быть легко сопоставлена иерархическая цепочка выхода годных.

$$\ln Y_0 = -np_0, \text{ откуда } Y_0 = \exp(-np_0) \quad (37)$$

Для уровней 1 и 2 имеем:

$$\ln Y_1 = -p_1 n \frac{\ln(1 + g_1 n)}{g_1 n} \quad (38)$$

$$\ln Y_2 = -p_2 n \frac{\ln\left(1 + g_2 n \frac{\ln(1 + g_1 n)}{g_1 n}\right)}{g_2 n} \quad (39)$$

В общем случае иерархическая цепочка для выхода годных может быть определена рекуррентным способом в полной аналогии с цепочкой для производящих функций:

$$\ln Y_r = -p_r n \cdot L_r, \quad (40)$$

$$\text{где } L_{r+1} = \frac{\ln(1 + g_{r+1} n L_r)}{g_{r+1} n}, \quad L_0 = 1 \quad (41)$$

Сравнивая с (26) – (27), видим, что $L_r \equiv L_r(z = 0)$ (для простоты обозначений мы не стали вводить новых букв).

Иерархическая модель иллюстрируется в Таблице 2, где приведены результаты расчета выхода годных в моделях различного уровня. Из Таблицы видно, что формула Пуассона для выхода годных без учета кластеризации дает удовлетворительные результаты только для относительно малых степеней интеграции, для высоких степеней интеграции эта формула сильно занижает выход годных. В двухуровневой модели эффект кластеризации проявляется сильнее, чем в одноуровневой.

Таблица 2.

Зависимость выхода годных от степени интеграции в различных моделях (везде $p = 2 \cdot 10^{-7}$)					
Степень интеграции	256 К	1 М	4 М	16 М	64 М
Выход годных в модели Пуассона (нулевой уровень) $g_1 = g_2 = 0$	0,9489	0,8108	0,4322	0,0349	0,0000
Выход годных в одноуровневой модели $g_1 = 7 \cdot 10^{-7}, g_2 = 0$	0,9530	0,8545	0,6761	0,4833	0,3309
Выход годных в двухуровневой модели $g_1 = 7 \cdot 10^{-7}; g_2 = 5 \cdot 10^{-7}$	0,9556	0,8758	0,7611	0,6607	0,5884

4.2 Выход годных как случайная величина. Распределение выхода годных.

Если в некоторой локальной области кремниевой пластины (блоке согласно терминологии [29]) плотность дефектов равна p_0 , то доля годной продукции в этом блоке (выход годных) дается простейшей формулой Пуассона $Y_0 = \exp(-np_0)$. С другой стороны, плотность дефектов p_0 сама случайным образом изменяется от блока к блоку в соответствии с бета – распределением (которое в нашем случае с очень высокой точностью аппроксимируется гамма - распределением).

Переходя от случайной величины p_0 к случайной величине $Y_0 = \exp(-np_0)$ получим, что плотность распределения последней дается формулой [21]

$$P(Y_0) = \frac{(b_1/n)^{a_1}}{\Gamma(a_1)} (-\ln Y_0)^{a_1-1} \cdot Y_0^{(b_1/n-1)} \quad (42)$$

В общем случае имеем

$$Y_r = \exp(-p_r n \cdot L_r), \quad (43)$$

откуда

$$P(Y_r) = \frac{1}{\Gamma(a_{r+1})} \left(\frac{b_{r+1}}{nL_r} \right)^{a_{r+1}} (-\ln Y_r)^{a_{r+1}-1} \cdot Y_r^{\left(\frac{b_{r+1}}{nL_r} - 1 \right)} \quad (44)$$

$$P(Y_r) = \frac{1}{\Gamma\left(\frac{p_{r+1}}{g_{r+1}}\right)} \left(\frac{1}{g_{r+1} nL_r} \right)^{\frac{p_{r+1}}{g_{r+1}}} (-\ln Y_r)^{\frac{p_{r+1}}{g_{r+1}}-1} \cdot Y_r^{\left(\frac{1}{g_{r+1} nL_r} - 1 \right)} \quad (45)$$

Здесь Y_r - выход годных (средний), действующий на r - ом уровне. При взгляде на величину Y_r с более высокого $r + 1$ уровня она становится случайной величиной, имеющей распределение $P(Y_r)$. Развиваемый здесь подход позволяет естественным образом описать распределение выхода годных соответственно от блока к блоку внутри пластины, от пластины к пластине внутри партии, от партии к партии и т.д.

5. ПРИМЕРЫ АНАЛИЗА ДАННЫХ ПОЛУПРОВОДНИКОВОГО ПРОИЗВОДСТВА

5.1 Анализ дефектности и расчет параметров распределения выхода годных

Обобщенными показателями дефектности группы пластин служит средняя дефектность $\bar{\lambda}$ и ее дисперсия S_{λ}^2 , которая описывает неравномерность распределения дефектности от пластины к пластине.

Опыт работы с реальными данными показывает, что распределение дефектности от пластины к пластине можно приближенно аппроксимировать гамма-распределением. Часто данные можно разделить на две моды: основная мода и мода с повышенной дефектностью.

Рассмотрим для примера некоторую выборку из $n = 439$ пластин. Ниже параметры дефектности приводятся в условных единицах. За 1 обозначено граничное значение дефектности, отделяющее основную моду от моды с повышенной дефектностью.



Рис.1 Сравнение гистограммы дефектности с расчетной кривой



Рис.2 Сравнение гистограммы выхода годных с расчетной кривой

Анализ основной моды.

Вес основной моды в общем объеме данных: 98%

Среднее и дисперсия: $\bar{\lambda}_1 = 0,344$, $(s_{\lambda}^2)_1 = 0,0320$

Параметры гамма- распределения: $a_1 = 4,721$ $b_1 = 13,709$

Анализ моды с повышенной дефектностью.

Вес: 2%.

Среднее и дисперсия: $\bar{\lambda}_2 = 1,154$, $(s_{\lambda}^2)_2 = 0,0378$

Параметры гамма-распределения: $a_2 = 91,503$ $b_2 = 79,267$

Рисунки 1 и 2 иллюстрируют хорошее согласие модели дефектности и выхода годных с реальными данными

5.2 Применение многоуровневой кластерной модели к анализу выхода годных группы изделий

Предложенный подход, основанный на многоуровневой иерархической модели, дает унифицированный подход, позволяющий одновременно рассматривать изделия с различным уровнем интеграции при условии, что все они изготавливаются по одной и той же базовой технологии.

Для иллюстрации, рассмотрим в рамках трехуровневой кластерной модели дефектности группу различных изделий, разработанных по КМОП технологии с поликремниевым затвором.

Результаты анализа представлены на рис. 3.

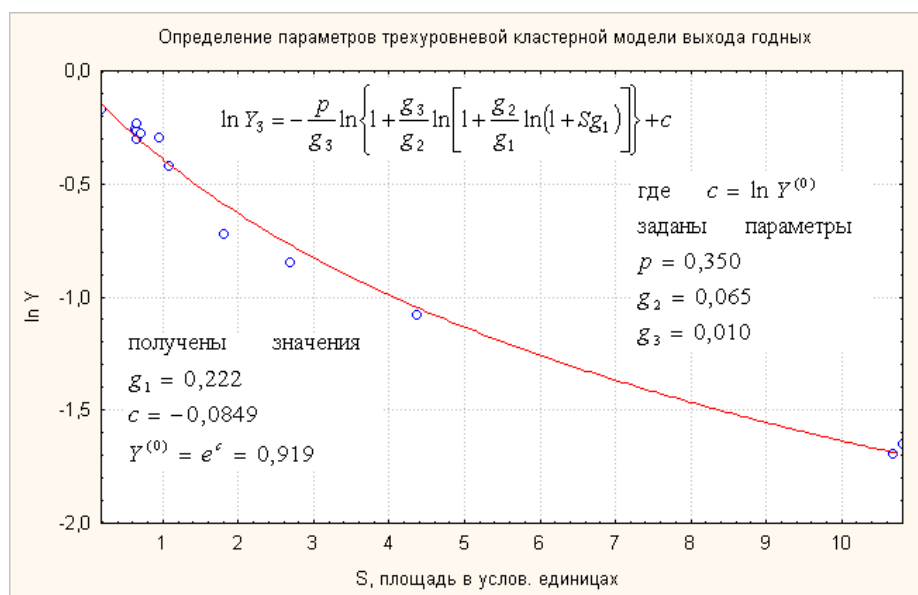


Рис. 3 Аппроксимация выхода годных для группы изделий, изготовленных по КМОП технологии с поликремниевым затвором

Представленные результаты показывают, что в рамках единой статистической модели может быть описана широкая номенклатура изделий (например, различные изделия отличающиеся площадью примерно в 20 раз).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сформулируем кратко основные выводы.

Формализм многоуровневых иерархических компаунд – распределений позволяет сформулировать наиболее общие статистические модели для управления дефектностью и выходом годных в микроэлектронике. Благодаря использованию метода производящих функций, основные результаты удастся представить в компактном аналитическом виде. В качестве частного (одноуровневого) случая выступает известное в литературе отрицательное биномиальное распределение.

Введение нескольких уровней иерархии дефектности позволяет естественным образом включить в себя одновременный учет неоднородности уровня дефектности между различными областями внутри полупроводниковой пластины, между пластинами в партии, между партиями и т.д. Оценка средней дефектности и коэффициентов кластеризации в многоуровневой модели дефектности может быть произведена на основе разложения сверхнормальной (по сравнению с распределением Пуассона) дисперсии по уровням иерархии.

Иерархические цепочки для средних значений выхода годных дают новые, наиболее общие формулы для оценки и прогнозирования доли годной продукции в полупроводниковом производстве. В качестве частных случаев выступают модель Пуассона (нулевое приближение) и модель, основанная на отрицательном биномиальном распределении (первое приближение).

Развиваемый подход позволяет трактовать долю годной продукции как случайную величину. Предложенные цепочки для плотностей распределения выхода годных дают возможность представить продукцию полупроводникового производства как иерархически структурированную характеристику.

Развитый подход хорошо согласуется с данными полупроводникового производства.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Murphy B.T.* Cost – Size Optima of Monolithic Integrated Circuits // Proc. IEEE. Dec. 1964. Vol. 52. P. 1537-1545.
2. *Seeds R.B.* Yield, Economic, and Logistic Models for Complex Digital Arrays // IEEE Int. Conv. Rec. 1967. Pt.6. P. 61 – 66.

3. *Ocabe T., Nagata M., Shimada S.* Analysis of Yield of Integrated Circuits and a New Expression for the Yield // Elec. Eng. Japan. Dec. 1972. Vol. 92. P. 135-141.
4. *Stapper C.H.* Defect Density Distribution for LSI Yield Calculations. // IEEE Trans. Electron Devices. July 1973. Vol. ED-20. P. 655-657.
5. *Stapper C.H.* LSI Yield Modeling and Process Monitoring // IBM J. Res. Develop. January/March 2000. Vol. 44. № 1/2. P. 112-118. Reprinting from IBM J. Res. Develop. 1976. Vol. 20. № 3.
6. *Stapper C.H., Armstrong F.M., Saji K.* Integrated Circuits Yield Statistics // Proc. IEEE. 1983. Vol.71. P.453-470. (Имеется перевод: *Стеннер Ч.Х., Армстронг Ф.М., Садзи К.* Статистические модели выхода годных интегральных схем // ТИИЭР. 1983. Т.71. Вып. 4. С. 6-26.)
7. *Cunningham J. A.* The Use and Evaluation of Yield Models in Integrated Circuit Manufacturing// IEEE Trans. on Semiconductor Manufacturing. May 1990. Vol. 3. № 2. P. 60-71.
8. *Stapper C.H.* Statistics Associated with Spatial Fault Simulation Used for Evaluating Integrated Circuit Yield Enhancement // IEEE Trans. Computer-Aided Design. March 1991. Vol. 10. № 3. P. 399-406.
9. *Stapper C.H., Rosner R.J.* Integrated circuit yield management and yield analysis: Development and implementation // IEEE Trans. Semiconduct. Manufact. May 1995. V.8. P. 95-102.
10. *Kuo W., Kim T.* An Overview of Manufacturing Yield and Reliability Modeling for Semiconductor Products // Proceedings of the IEEE. Aug. 1999. Vol. 87. № 8. P.1329-1345
11. *Богданов Ю.И.* Влияние кластеризации дефектов на выход годных в рамках модели биномиального компаунд - распределения. Всероссийская научно-техническая конференция «Микро- и наноэлектроника-98». Тезисы докладов. Том 2. Звенигород, 1998. Доклад Р3-53.
12. *Богданов Ю.И., Богданова Н.А., Дихунян В.Л.* Статистические модели управления дефектностью и выходом годных в микроэлектронике // Микроэлектроника. 2003. Т.32. №1. С.62-76.

13. *Koren I., Singh A.D.* Fault Tolerance in VLSI Circuits // Computer, Special Issue on Fault – Tolerant Systems. July 1990. Vol.23. P. 73-83.
14. *Koren I., Koren Z.* Defect Tolerance in VLSI Circuits: Techniques and Yield Analysis // Proceedings of the IEEE. Sept 1998. Vol. 86. P. 1817-1836.
15. *Venkataraman A., Koren I.* Determination of yield bounds prior to routing // Proc. of the 1999 IEEE International Symposium on Defect and Fault Tolerance in VLSI Systems. Nov. 1999. P. 4-13.
16. *Koren I., Koren Z.* Incorporating Yield Enhancement into the Floorplanning Process // IEEE Transactions on Computers. June 2000. Vol. 49. № 6. P. 532-541.
17. *Koren I.* Should Yield be a Design Objective? // Proc. of the International Symposium on Quality of Electronic Design. March 2000. P. 115-120.
18. *Koren I.* Tutorial “Yield: Statistical Modeling and Enhancement Techniques” // presented at the Yield Optimization and Test (YOT'01) Workshop. Nov. 2001. <http://www.ecs.umass.edu/ece/koren/yield/>
19. *Богданов Ю.И., Богданова Н.А.* Влияние кластеризации дефектов на эффективность кода Хемминга. // Всероссийская научно-техническая конференция “Микро- и нанoeлектроника 98”. Тезисы докладов. Том 2. Звенигород, 1998. Доклад P3-52.
20. *Богданов Ю.И., Романов А.А.* Контроль дефектности и управление выходом годных в полупроводниковом производстве. // Всероссийская научно-техническая конференция “Микро- и нанoeлектроника 98”. Тезисы докладов. Том 2. Звенигород, 1998. Доклад P3-51.
21. *Богданов Ю.И., Минаев В.В., Руднев А.В.* Статистический контроль выхода годной продукции и технологических потерь в полупроводниковом производстве. // Тезисы докладов на седьмой международной научно-технической конференции “Актуальные проблемы твердотельной электроники и микроелектроники”. Дивноморское. Россия. 17–22 сентября 2000. часть 1. с.74–76.
22. *Богданов Ю.И., Минаев В.В., Руднев А.В.* Прогнозирование выхода годных и контроль технологических потерь в полупроводниковом производстве. // Известия вузов. Сер. электроника. 2001. №3. с.52-57.

23. *Богданов Ю.И.* Анализ вариаций и построение контрольных карт в микроэлектронике // Микроэлектроника. 1995. Т.24. № 6. С. 435-446
24. *Богданов Ю.И., Богданова Н.А.* Бутстреп, структура данных и управление технологическими процессами в микроэлектронике. // Микроэлектроника. 1997. Т.26. №3. С. 183-187.
25. *Богданов Ю.И., Романов А.А.* О выявлении скрытых технологических факторов на основе минимизации энтропии. // Микроэлектроника. 1997. Т.26. №3. С. 176-182.
26. *Богданов Ю.И., Минаев В.В., Куварзин Н.А., Романов А.А.* Управление выходом годных и экономическая эффективность полупроводникового производства // Ангстрем. Время изменений. Материалы (избранные) ежегодных научно-практических конференций 1998 – 2000 г.г. М. Ангстрем. с.28-33.
27. ОСТ 1114.1011-99 Стандарт отрасли. Микросхемы интегральные. Система и методы статистического контроля и регулирования технологического процесса. М. ЦНИИ 22. 1999. 78 с.
28. *Stapper C.H.* Small – Area Fault Clusters and Fault – Tolerance in VLSI Circuits// IBM J. Res. Develop. March 1989. Vol. 33. P.174 – 177.
29. *Koren I., Koren Z., Stapper C.H.* A Unified Negative – Binomial Distribution for Yield Analysis of Defect – Tolerant Circuits // IEEE Transactions on Computers. June 1993. Vol. 42. № 6. P.724-734.
30. *Koren I., Koren Z., Stapper C.H.* A Statistical Study of Defect Maps of Large Area VLSI IC's // IEEE Transactions on Very Large Scale Integration (VLSI) Systems. June 1994. Vol. 2. № 2. P.249-256.